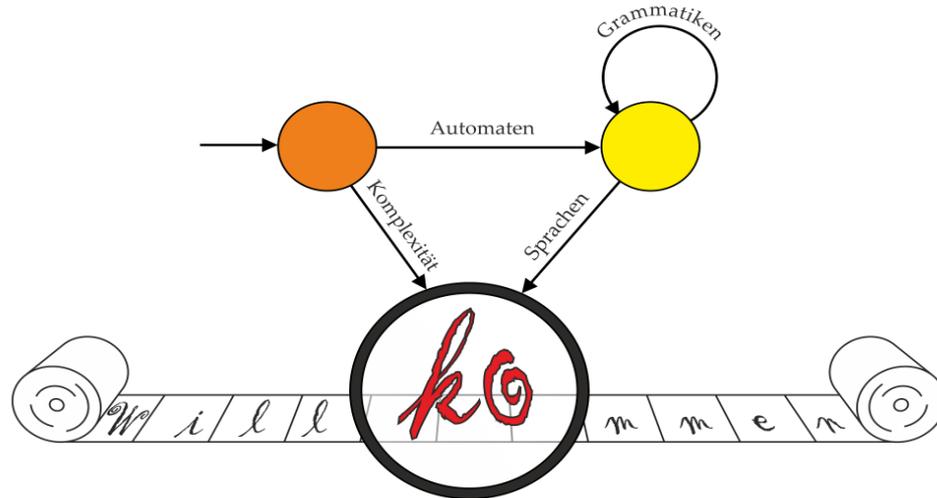


# Grundlagen der Informatik II

## Tutorium 5

Institut für Angewandte Informatik und Formale Beschreibungsverfahren – Prof. Tatiana von Landesberger



# Aufgabe 5-01 Einführungsaufgabe zur Turingmaschine

Wie ist eine Turingmaschine definiert und wie prüft man die Akzeptanz eines Wortes  $w$ ?

Hinweis:

In allen Aufgaben, falls nicht anders angegeben, soll eine 1-Band TM angegeben werden.

# Aufgabe 5-01 Einführungsaufgabe zur Turingmaschine

Wie ist eine Turingmaschine definiert und wie prüft man die Akzeptanz eines Wortes  $w$ ?

Definition:

$$TM = (E, B, S, \delta, s_0, F) \text{ mit } \{R, L, N\}$$

Partielle Überföhrungsfunktion:

$$\delta(s, b) = (s', b', d)$$

$\delta : s \times b$  undefiniert:  
anhalt

Akzeptanz von  $w$  prüfen:  $(\lambda, s_0, w) \vdash^* (u, s, v)$  mit  $s \in F$ ,  $u, v \in B^*$ ,  $w \in E^*$   
und es gibt keine Folgekonfiguration von  $(u, s, v)$

$$E = \{e_1, \dots, e_r\} \quad \text{mit } * \notin E$$

(Eingabealphabet)

$$B = \{b_1, \dots, b_m\} \quad \text{mit } E \cup \{*\} \subseteq B$$

(Bandalphabet)

# Aufgabe 5-01 Einführungsaufgabe zur Turingmaschine

Wie ist eine Turingmaschine definiert und wie prüft man die Akzeptanz eines Wortes  $w$ ?

Definition:

$$TM = (E, B, S, \delta, s_0, F) \text{ mit } \{R, L, N\}$$

Überföhrungsfunktion:

$$\delta(s, b) = (s', b', d)$$

Akzeptanz von  $w$  prüfen:  $(\lambda, s_0, w) \vdash^* (u, s, v)$  mit  $s \in F, u, v \in B^*, w \in E^*$

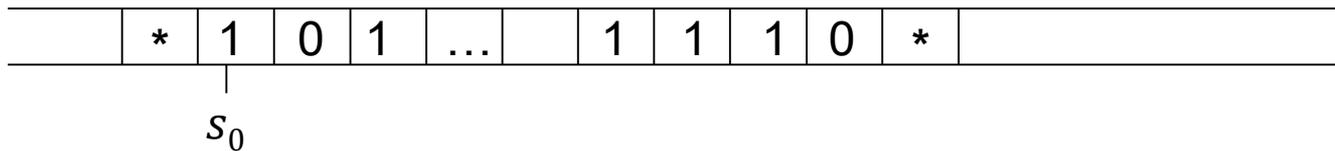
und es gibt keine Folgekonfiguration von  $(u, s, v)$



Eine Konfiguration bestimmt eindeutig den Gesamtzustand einer Turingmaschine inklusive Bandinhalt und Kopfposition.

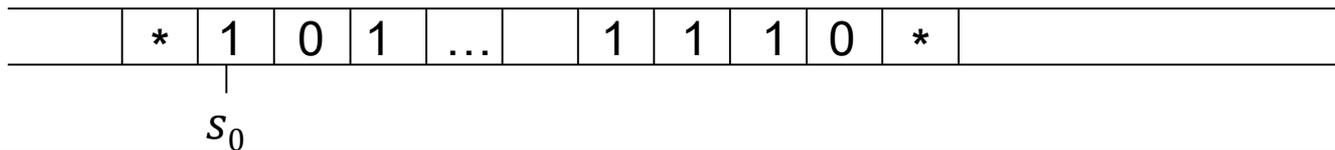
# Aufgabe 5-02: Turingmaschinen

Definieren Sie eine Turingmaschine  $TM_2$ , die rechts neben die Bandinschrift (mit  $E_2 = \{0,1\}$ ) ein  $K$  schreibt und links neben die Bandinschrift ein  $A$ . Das Band ist nach links und rechts unbegrenzt.  $TM_2$  startet in der Konfiguration  $(\lambda, s_0, w)$  mit Startzustand  $s_0$  und stoppt in Endzustand  $s_e$ .



# Aufgabe 5-02: Turingmaschinen

Definieren Sie eine Turingmaschine  $TM_2$ , die rechts neben die Bandinschrift (mit  $E_2 = \{0,1\}$ ) ein  $K$  schreibt und links neben die Bandinschrift ein  $A$ . Das Band ist nach links und rechts unbegrenzt.  $TM_2$  startet in der Konfiguration  $(\lambda, s_0, w)$  mit Startzustand  $s_0$  und stoppt in Endzustand  $s_e$ .



## Lösung:

$$TM_2 = (E_2, B_2, S_2, \delta_2, s_0, F_2)$$

$$E_2 = \{0,1\}$$

$$B_2 = \{0,1, A, K, \star\}$$

$$S_2 = \{s_0, s_1, s_e\}$$

$$F_2 = \{s_e\}$$

$\delta_2$ :

$(s_0, 0) \rightarrow (s_0, 0, L)$  einen Schritt nach links

$(s_0, 1) \rightarrow (s_0, 1, L)$  einen Schritt nach links

$(s_0, \star) \rightarrow (s_1, A, R)$   $A$  schreiben und nach rechts gehen

$(s_1, 0) \rightarrow (s_1, 0, R)$  nach rechts

$(s_1, 1) \rightarrow (s_1, 1, R)$  nach rechts

$(s_1, \star) \rightarrow (s_e, K, N)$   $K$  schreiben und stehenbleiben

Zustandstafel:

$\delta_2$	0	1	*
$s_0$	$(s_0, 0, L)$	$(s_0, 1, L)$	$(s_1, A, R)$
$s_1$	$(s_1, 0, R)$	$(s_1, 1, R)$	$(s_e, K, N)$

# Aufgabe 5-03: Single Choice Aufgabe zur Turingmaschine

Eine universelle Turingmaschine  $U$  ist in der Lage, die Kodierung einer beliebigen anderen Turingmaschine  $M$  mitsamt einer Eingabe  $w$  als Eingabe zu interpretieren und eine Berechnung von  $M$  auf  $w$  zu simulieren.

- WAHR
- FALSCH

# Aufgabe 5-03: Single Choice Aufgabe zur Turingmaschine

Eine universelle Turingmaschine  $U$  ist in der Lage, die Kodierung einer beliebigen anderen Turingmaschine  $M$  mitsamt einer Eingabe  $w$  als Eingabe zu interpretieren und eine Berechnung von  $M$  auf  $w$  zu simulieren.

- WAHR
- FALSCH

# Aufgabe 5-03: Single Choice Aufgabe zur Turingmaschine

Eine universelle Turingmaschine  $U$  ist in der Lage, die Kodierung einer beliebigen anderen Turingmaschine  $M$  mitsamt einer Eingabe  $w$  als Eingabe zu interpretieren und eine Berechnung von  $M$  auf  $w$  zu simulieren.

- WAHR
- FALSCH

## Hintergrund:

Das entspricht der Definition einer universellen Turingmaschine.

# Aufgabe 5-04: Turingmaschinen

Definieren Sie eine Turingmaschine  $TM$ , welche bei einer Eingabe  $w \in \{0, 1\}^*$  erkennt, ob eine gerade oder ungerade Anzahl 1 vorkommt. Bei einer ungeraden Anzahl soll rechts neben die Bandeinschrift eine 1 geschrieben werden, bei gerader Anzahl eine 0. Das übrige Wort soll nicht verändert werden.

Geben Sie die  $TM$  vollständig an.

# Aufgabe 5-04: Turingmaschinen

Definieren Sie eine Turingmaschine  $TM$ , welche bei einer Eingabe  $w \in \{0, 1\}^*$  erkennt, ob eine gerade oder ungerade Anzahl 1 vorkommt. Bei einer ungeraden Anzahl soll rechts neben die Bandeinschrift eine 1 geschrieben werden, bei gerader Anzahl eine 0. Das übrige Wort soll nicht verändert werden.

Geben Sie die  $TM$  vollständig an.

## Lösung:

$TM = (E, B, S, \delta, s_0, F)$  mit

$E = \{0, 1\}$ ,

$B = \{0, 1, \star\}$ ,

$S = \{s_0, s_1, s_e\}$ ,

$F = \{s_e\}$ .

$\delta$	0	1	$\star$
$s_0$	$(s_0, 0, R)$	$(s_1, 1, R)$	$(s_e, 0, N)$
$s_1$	$(s_1, 0, R)$	$(s_0, 1, R)$	$(s_e, 1, N)$
$s_e$			

## Aufgabe 5-05: Turingmaschine

Definieren Sie eine Turingmaschine TM, die die als Binärzahl interpretierte Bandinschrift in ihr 2-er Komplement umwandelt. Geben Sie die TM vollständig an.

Hinweis: Die TM startet im Zustand  $s_0$  und stoppt im Zustand  $s_e$ . Dabei startet der Schreib/Lesekopf auf dem linken Zeichen und soll auch dort zum stehen kommen.

Hinweis: Das 2-er Komplement dient der Darstellung negativer Binärzahlen. Es wird gebildet durch das Kippen aller Bits und die anschließende Addition von 1.

## Aufgabe 5-05: Turingmaschine

### Lösung:

Das 2-er Komplement wird gebildet durch Kippen aller Bits und Addition von 1.

$$\begin{aligned}
 TM &= (E, B, S, \delta, s_0, F) \text{ mit} \\
 E &= \{0,1\} \\
 B &= \{0,1,*\} \\
 S &= \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_e\} \\
 F &= \{s_e\}
 \end{aligned}$$

$\delta$	0	1	*
$s_0$	$(s_0, 0, R)$	$(s_0, 1, R)$	$(s_1, *, L)$
$s_1$	$(s_1, 0, L)$	$(s_2, 1, L)$	$(s_e, *, R)$
$s_2$	$(s_2, 1, L)$	$(s_2, 0, L)$	$(s_e, *, R)$
$s_e$			

### Anmerkung:

- Am Ende des Wortes steht eine 1:  
Die 1 bleibt stehen und alle anderen Werte werden gedreht
- Am Ende des Wortes steht eine 0:  
Die 0 bleibt stehen und die TM sucht von rechts aus die erste 1. Alle Zeichen links von dieser 1 werden wieder gedreht.

# Fragen zu den letzten Heimaufgaben



Während die  
Tutoriumsaufgaben einen  
Einstieg in ein Thema  
ermöglichen, dienen die  
Heimaufgaben dem  
tieferen Verständnis und  
insbesondere auch der  
Klausurvorbereitung



## Aufgabe 5-06: Turingmaschine (Heim)

Gegeben sei eine Turingmaschine ( $TM$ ) mit einer Eingabe  $w \in \{0,1\}^*$ . Geben Sie eine  $TM$  an, die rechts neben dieser Eingabe nochmals das Wort  $w$  schreibt. Geben Sie diese vollständig an.

### Hinweis:

Der Lesekopf der Turingmaschine steht zu Beginn über dem linken Zeichen des Eingabewortes  $w$ .

## Aufgabe 5-06: Turingmaschine (Heim)

### Lösung:

$TM = (E, B, S, \delta, s_0, F)$  mit

$E = \{0,1\}$

$B = \{0,1, n, e, *\}$

$S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_e\}$

$F = \{s_e\}$

$\delta$	0	1	*	n	e
$s_0$	$(s_1, n, R)$	$(s_4, e, R)$	$(s_e, *, N)$	$(s_0, 0, R)$	$(s_0, 1, R)$
$s_1$	$(s_1, 0, R)$	$(s_1, 1, R)$	$(s_2, n, L)$	$(s_1, n, R)$	$(s_1, e, R)$
$s_2$	$(s_3, 0, L)$	$(s_3, 1, L)$	$(s_0, *, R)$	$(s_2, n, L)$	$(s_2, e, L)$
$s_3$	$(s_3, 0, L)$	$(s_3, 1, L)$		$(s_0, n, R)$	$(s_0, e, R)$
$s_4$	$(s_4, 0, R)$	$(s_4, 1, R)$	$(s_2, e, L)$	$(s_4, n, R)$	$(s_4, e, R)$
$s_e$					

### Lösungsidee:

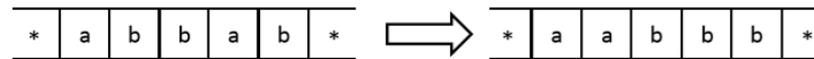
Links am Wort  $w$  anfangen. Wenn eine 1 gelesen wird,  $e$  schreiben und ganz nach rechts gehen und auch dort ein  $e$  schreiben, bei einer 0 ein  $n$  schreiben und ganz nach rechts auch ein  $n$  schreiben.

Wieder nach links gehen und bei jeder gelesenen 1 oder 0 den Vorgang wiederholen. Am Ende aus jedem  $e$  eine 1 und aus jedem  $n$  eine 0 machen.

## Aufgabe 5-07: Turingmaschine (Heim)

Geben Sie eine Turingmaschine  $T = (E, B, S, \delta, s_0, F)$  an, die eine Eingabe über  $E = \{a, b\}^*$  alphabetisch sortiert.

Beispiel:



### Hinweise:

- $T$  steht zu Beginn über dem linken Zeichen des Eingabewortes  $w$ .
- $T$  soll über dem linken Zeichen des konvertierten Wortes halten.
- Geben Sie  $T$  vollständig an.
- Die Spaltenanzahl entspricht nicht der minimal erforderlichen Anzahl an Bandsymbolen und die Zeilenanzahl nicht der minimal erforderlichen Anzahl an Zuständen.

# Aufgabe 5-07: Turingmaschine (Heim)

## Lösung:

### Möglichkeit 1:

$$T = (\{a, b\}, \{a, b, B, \star\}, \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_e, s_{ee}\}, \delta, s_0, \{s_{ee}\})$$

$\delta$	$a$	$b$	$B$	$\star$		
$s_0$	$(s_0, a, R)$	$(s_1, B, R)$		$(s_e, \star, L)$		
$s_1$	$(s_1, a, R)$	$(s_1, b, R)$		$(s_2, \star, L)$		
$s_2$	$(s_3, b, L)$	$(s_2, b, L)$	$(s_e, b, L)$			
$s_3$	$(s_3, a, L)$	$(s_3, b, L)$	$(s_0, a, R)$			
$s_e$	$(s_e, a, L)$			$(s_{ee}, \star, R)$		
$s_{ee}$						

### Möglichkeit 2:

$$T = (\{a, b\}, \{a, b, \star\}, \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_e, s_{ee}\}, \delta, s_0, \{s_{ee}\})$$

$\delta$	$a$	$b$	$\star$			
$s_0$	$(s_0, a, R)$	$(s_1, b, R)$	$(s_e, \star, L)$			
$s_1$	$(s_2, b, L)$	$(s_1, b, R)$	$(s_e, \star, L)$			
$s_2$		$(s_3, a, L)$				
$s_3$	$(s_0, a, R)$	$(s_1, b, R)$				
$s_e$	$(s_e, a, L)$	$(s_e, b, L)$	$(s_{ee}, \star, R)$			
$s_{ee}$						