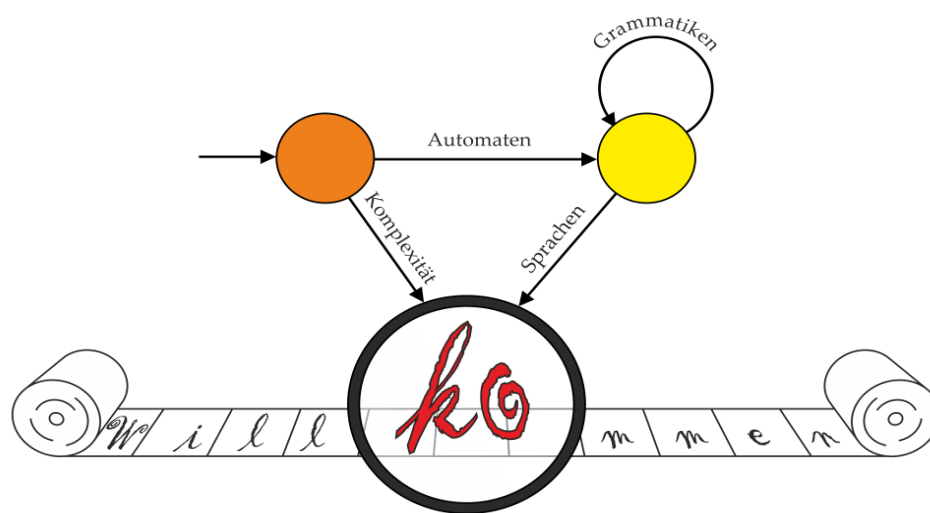


Grundlagen der Informatik II

Tutorium 5

Institut für Angewandte Informatik und Formale Beschreibungsverfahren – Prof. Tatiana von Landesberger



Aufgabe 5-01 Einführungsaufgabe zur Turingmaschine

Wie ist eine Turingmaschine definiert und wie prüft man die Akzeptanz eines Wortes w ?

Hinweis:

In allen Aufgaben, falls nicht anders angegeben, soll eine 1-Band TM angegeben werden.

Aufgabe 5-01 Einführungsaufgabe zur Turingmaschine

Wie ist eine Turingmaschine definiert und wie prüft man die Akzeptanz eines Wortes w ?

Definition:

$$TM = (E, B, S, \delta, s_0, F) \text{ mit } \{R, L, N\}$$

Partielle Überföhrungsfunktion:

$$\delta(s, b) = (s', b', d)$$

$\delta : s \times b$ undefiniert:
anhalt

Akzeptanz von w prüfen: $(\lambda, s_0, w) \vdash^* (u, s, v)$ mit $s \in F$, $u, v \in B^*$, $w \in E^*$
und es gibt keine Folgekonfiguration von (u, s, v)

$$E = \{e_1, \dots, e_r\} \quad \text{mit } * \notin E$$

(Eingabealphabet)

$$B = \{b_1, \dots, b_m\} \quad \text{mit } E \cup \{*\} \subseteq B$$

(Bandalphabet)

Aufgabe 5-01 Einführungsaufgabe zur Turingmaschine

Wie ist eine Turingmaschine definiert und wie prüft man die Akzeptanz eines Wortes w ?

Definition:

$$TM = (E, B, S, \delta, s_0, F) \text{ mit } \{R, L, N\}$$

Überföhrungsfunktion:

$$\delta(s, b) = (s', b', d)$$

Akzeptanz von w prüfen: $(\lambda, s_0, w) \vdash^* (u, s, v)$ mit $s \in F$, $u, v \in B^*$, $w \in E^*$

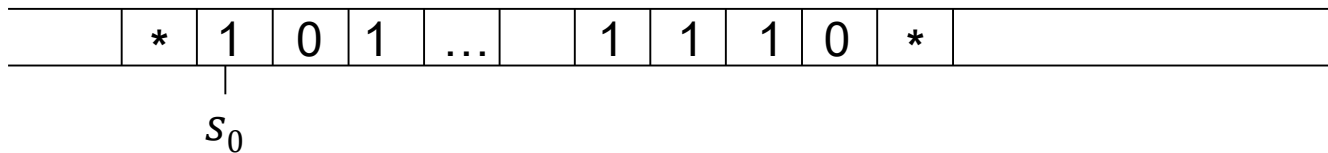
und es gibt keine Folgekonfiguration von (u, s, v)



Eine Konfiguration bestimmt eindeutig den Gesamtzustand einer Turingmaschine inklusive Bandinhalt und Kopfposition.

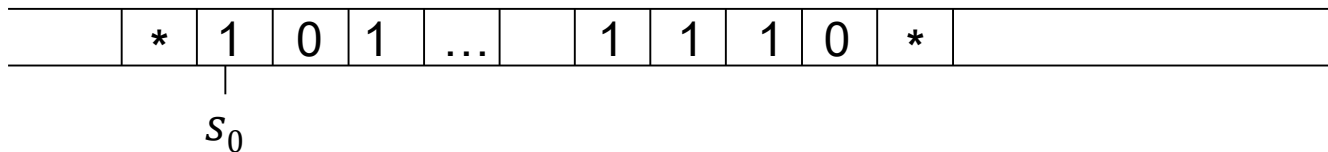
Aufgabe 5-02: Turingmaschinen

Definieren Sie eine Turingmaschine TM_2 , die rechts neben die Bandinschrift (mit $E_2 = \{0,1\}$) ein K schreibt und links neben die Bandinschrift ein A . Das Band ist nach links und rechts unbegrenzt. TM_2 startet in der Konfiguration (λ, s_0, w) mit Startzustand s_0 und stoppt in Endzustand s_e .



Aufgabe 5-02: Turingmaschinen

Definieren Sie eine Turingmaschine TM_2 , die rechts neben die Bandinschrift (mit $E_2 = \{0,1\}$) ein K schreibt und links neben die Bandinschrift ein A . Das Band ist nach links und rechts unbegrenzt. TM_2 startet in der Konfiguration (λ, s_0, w) mit Startzustand s_0 und stoppt in Endzustand s_e .



Lösung:

$$TM_2 = (E_2, B_2, S_2, \delta_2, s_0, F_2)$$

$$E_2 = \{0,1\}$$

$$B_2 = \{0,1, A, K, \star\}$$

$$S_2 = \{s_0, s_1, s_e\}$$

$$F_2 = \{s_e\}$$

δ_2 :

$(s_0, 0) \rightarrow (s_0, 0, L)$ einen Schritt nach links

$(s_0, 1) \rightarrow (s_0, 1, L)$ einen Schritt nach links

$(s_0, \star) \rightarrow (s_1, A, R)$ A schreiben und nach rechts gehen

$(s_1, 0) \rightarrow (s_1, 0, R)$ nach rechts

$(s_1, 1) \rightarrow (s_1, 1, R)$ nach rechts

$(s_1, \star) \rightarrow (s_e, K, N)$ K schreiben und stehenbleiben

Zustandstafel:

δ_2	0	1	*
s_0	$(s_0, 0, L)$	$(s_0, 1, L)$	(s_1, A, R)
s_1	$(s_1, 0, R)$	$(s_1, 1, R)$	(s_e, K, N)

Aufgabe 5-03: Single Choice Aufgabe zur Turingmaschine

Eine universelle Turingmaschine U ist in der Lage, die Kodierung einer beliebigen anderen Turingmaschine M mitsamt einer Eingabe w als Eingabe zu interpretieren und eine Berechnung von M auf w zu simulieren.

- WAHR
- FALSCH

Aufgabe 5-03: Single Choice Aufgabe zur Turingmaschine

Eine universelle Turingmaschine U ist in der Lage, die Kodierung einer beliebigen anderen Turingmaschine M mitsamt einer Eingabe w als Eingabe zu interpretieren und eine Berechnung von M auf w zu simulieren.

- WAHR
- FALSCH

Aufgabe 5-03: Single Choice Aufgabe zur Turingmaschine

Eine universelle Turingmaschine U ist in der Lage, die Kodierung einer beliebigen anderen Turingmaschine M mitsamt einer Eingabe w als Eingabe zu interpretieren und eine Berechnung von M auf w zu simulieren.

- WAHR
- FALSCH

Hintergrund:

Das entspricht der Definition einer universellen Turingmaschine.

Aufgabe 5-04: Turingmaschinen

Definieren Sie eine Turingmaschine TM , welche bei einer Eingabe $w \in \{0, 1\}^*$ erkennt, ob eine gerade oder ungerade Anzahl 1 vorkommt. Bei einer ungeraden Anzahl soll rechts neben die Bandeinschrift eine 1 geschrieben werden, bei gerader Anzahl eine 0. Das übrige Wort soll nicht verändert werden.

Geben Sie die TM vollständig an.

Aufgabe 5-04: Turingmaschinen

Definieren Sie eine Turingmaschine TM , welche bei einer Eingabe $w \in \{0, 1\}^*$ erkennt, ob eine gerade oder ungerade Anzahl 1 vorkommt. Bei einer ungeraden Anzahl soll rechts neben die Bandeinschrift eine 1 geschrieben werden, bei gerader Anzahl eine 0. Das übrige Wort soll nicht verändert werden.

Geben Sie die TM vollständig an.

Lösung:

$TM = (E, B, S, \delta, s_0, F)$ mit

$E = \{0, 1\}$,

$B = \{0, 1, \star\}$,

$S = \{s_0, s_1, s_e\}$,

$F = \{s_e\}$.

δ	0	1	\star
s_0	$(s_0, 0, R)$	$(s_1, 1, R)$	$(s_e, 0, N)$
s_1	$(s_1, 0, R)$	$(s_0, 1, R)$	$(s_e, 1, N)$
s_e			

Aufgabe 5-05: Turingmaschine

Definieren Sie eine Turingmaschine TM, die die als Binärzahl interpretierte Bandinschrift in ihr 2-er Komplement umwandelt. Geben Sie die TM vollständig an.

Hinweis: Die TM startet im Zustand s_0 und stoppt im Zustand s_e . Dabei startet der Schreib/Lesekopf auf dem linken Zeichen und soll auch dort zum stehen kommen.

Hinweis: Das 2-er Komplement dient der Darstellung negativer Binärzahlen. Es wird gebildet durch das Kippen aller Bits und die anschließende Addition von 1.

Aufgabe 5-05: Turingmaschine

Lösung:

Das 2-er Komplement wird gebildet durch Kippen aller Bits und Addition von 1.

$$\begin{aligned}
 TM &= (E, B, S, \delta, s_0, F) \text{ mit} \\
 E &= \{0,1\} \\
 B &= \{0,1,*\} \\
 S &= \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_e\} \\
 F &= \{s_e\}
 \end{aligned}$$

δ	0	1	*
s_0	$(s_0, 0, R)$	$(s_0, 1, R)$	$(s_1, *, L)$
s_1	$(s_1, 0, L)$	$(s_2, 1, L)$	$(s_e, *, R)$
s_2	$(s_2, 1, L)$	$(s_2, 0, L)$	$(s_e, *, R)$
s_e			

Anmerkung:

- Am Ende des Wortes steht eine 1:
Die 1 bleibt stehen und alle anderen Werte werden gedreht
- Am Ende des Wortes steht eine 0:
Die 0 bleibt stehen und die TM sucht von rechts aus die erste 1. Alle Zeichen links von dieser 1 werden wieder gedreht.

Fragen zu den letzten Heimaufgaben



Während die
Tutoriumsaufgaben einen
Einstieg in ein Thema
ermöglichen, dienen die
Heimaufgaben dem
tieferen Verständnis und
insbesondere auch der
Klausurvorbereitung



Aufgabe 5-06: Turingmaschine (Heim)

Gegeben sei eine Turingmaschine (TM) mit einer Eingabe $w \in \{0,1\}^*$. Geben Sie eine TM an, die rechts neben dieser Eingabe nochmals das Wort w schreibt. Geben Sie diese vollständig an.

Hinweis:

Der Lesekopf der Turingmaschine steht zu Beginn über dem linken Zeichen des Eingabewortes w .

Aufgabe 5-06: Turingmaschine (Heim)

Lösung:

$TM = (E, B, S, \delta, s_0, F)$ mit

$E = \{0,1\}$

$B = \{0,1, n, e, *\}$

$S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_e\}$

$F = \{s_e\}$

δ	0	1	*	n	e
s_0	(s_1, n, R)	(s_4, e, R)	$(s_e, *, N)$	$(s_0, 0, R)$	$(s_0, 1, R)$
s_1	$(s_1, 0, R)$	$(s_1, 1, R)$	(s_2, n, L)	(s_1, n, R)	(s_1, e, R)
s_2	$(s_3, 0, L)$	$(s_3, 1, L)$	$(s_0, *, R)$	(s_2, n, L)	(s_2, e, L)
s_3	$(s_3, 0, L)$	$(s_3, 1, L)$		(s_0, n, R)	(s_0, e, R)
s_4	$(s_4, 0, R)$	$(s_4, 1, R)$	(s_2, e, L)	(s_4, n, R)	(s_4, e, R)
s_e					

Lösungsidee:

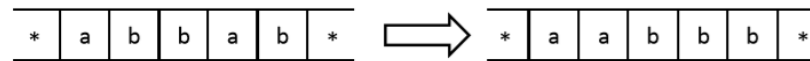
Links am Wort w anfangen. Wenn eine 1 gelesen wird, e schreiben und ganz nach rechts gehen und auch dort ein e schreiben, bei einer 0 ein n schreiben und ganz nach rechts auch ein n schreiben.

Wieder nach links gehen und bei jeder gelesenen 1 oder 0 den Vorgang wiederholen. Am Ende aus jedem e eine 1 und aus jedem n eine 0 machen.

Aufgabe 5-07: Turingmaschine (Heim)

Geben Sie eine Turingmaschine $T = (E, B, S, \delta, s_0, F)$ an, die eine Eingabe über $E = \{a, b\}^*$ alphabetisch sortiert.

Beispiel:



Hinweise:

- T steht zu Beginn über dem linken Zeichen des Eingabewortes w .
- T soll über dem linken Zeichen des konvertierten Wortes halten.
- Geben Sie T vollständig an.
- Die Spaltenanzahl entspricht nicht der minimal erforderlichen Anzahl an Bandsymbolen und die Zeilenanzahl nicht der minimal erforderlichen Anzahl an Zuständen.

Aufgabe 5-07: Turingmaschine (Heim)

Lösung:

Möglichkeit 1:

$$T = (\{a, b\}, \{a, b, B, \star\}, \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_e, s_{ee}\}, \delta, s_0, \{s_{ee}\})$$

δ	a	b	B	\star		
s_0	(s_0, a, R)	(s_1, B, R)		(s_e, \star, L)		
s_1	(s_1, a, R)	(s_1, b, R)		(s_2, \star, L)		
s_2	(s_3, b, L)	(s_2, b, L)	(s_e, b, L)			
s_3	(s_3, a, L)	(s_3, b, L)	(s_0, a, R)			
s_e	(s_e, a, L)			(s_{ee}, \star, R)		
s_{ee}						

Möglichkeit 2:

$$T = (\{a, b\}, \{a, b, \star\}, \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_e, s_{ee}\}, \delta, s_0, \{s_{ee}\})$$

δ	a	b	\star			
s_0	(s_0, a, R)	(s_1, b, R)	(s_e, \star, L)			
s_1	(s_2, b, L)	(s_1, b, R)	(s_e, \star, L)			
s_2		(s_3, a, L)				
s_3	(s_0, a, R)	(s_1, b, R)				
s_e	(s_e, a, L)	(s_e, b, L)	(s_{ee}, \star, R)			
s_{ee}						