Aufgabe 1: Pumping Lemma

Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping Lemmas, dass für die folgende Sprache L kein endlicher Automat exstiert, der genau diese erkennt:

$$L = \{w \in \{0,1\}^\star | w = vv'\}$$

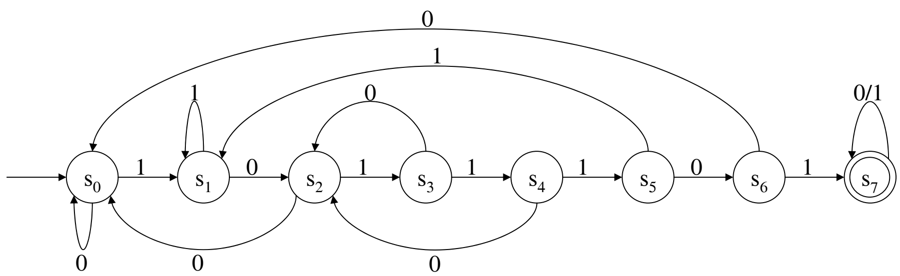
Beachten Sie, dass das Wort v' das Wort v in umgekehrter Reihenfolge darstellt.

Lösung.
Man benötigt erneut ein Wort w mit $|w| \geq n$, welches aufgrund der Konstruktionsbedingung eine gerade Länge haben muss. Es bieten sich z.B. die Testwörter 0^n110^n bzw. 1^n001^n an.

Es gilt $w = xyz$ mit $|xy| \leq n$ und $|y| \geq 1$. Somit ist $x = 0^i$ und $y = 0^j$ mit $i + j \leq n$ und $j \geq 1$ und $z = 0^{n-i-j}110^n$. Nach Punkt 3 des Pumping Lemmas kann gefolgert werden, dass auch $w' = xz = 0^{n-j}110^n$ bzw. $w' = 1^{n-j}001^n$ Element der Sprache L sind. Da $j \geq 1$ und somit $n - j < n$, kann w' nicht zur Sprache L gehören. Es existiert kein erkennender Automat mit endlich vielen Zuständen.

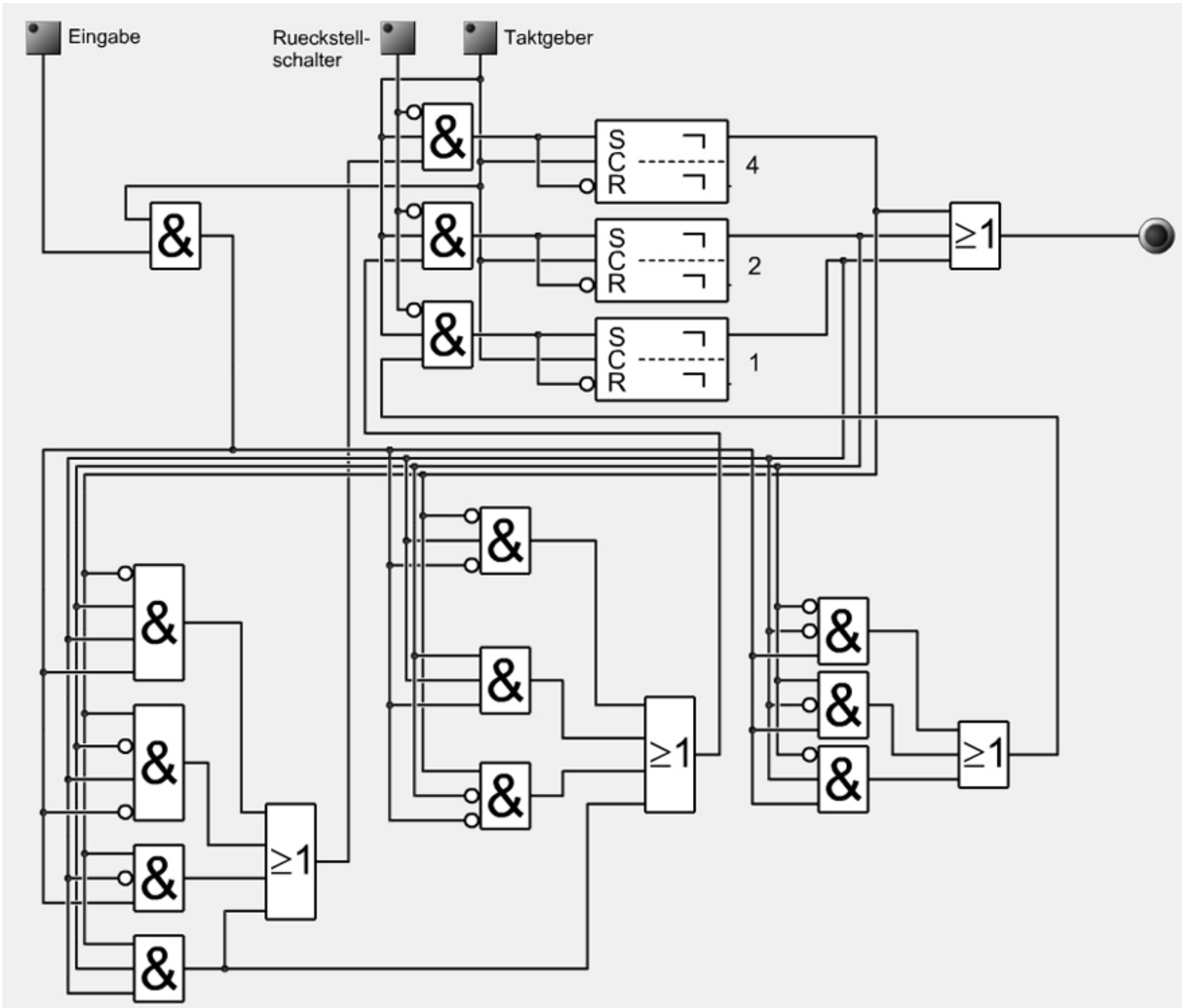
Aufgabe 2: Schaltwerk

Gegeben sei der deterministische endliche Automat, der in einem Text T, der nur aus Nullen und Einsen besteht, nach dem Muster 1011101 sucht.



Im Folgenden wurde der Automat in ein Schaltwerk (siehe Seite 3) umgewandelt, das bei serieller Eingabe des Textes auf einer Ausgabeleitung signalisieren soll, ob das Muster 1011101 in diesem Wort vorgekommen ist (1) oder nicht (0). Es werden drei Flipflops zur Binärkodierung der Zustandsnummer verwendet. Das erste Flipflop kodiert eine 4, das zweite eine 2 und das dritte eine 1. Somit kann jedem Zustand der Zustandsmenge ein Zustand der drei Flipflops zugeordnet werden.

Leider sind bei der Umwandlung **drei** Fehler unterlaufen. Markieren Sie diese, ändern Sie das Schaltwerk entsprechend ab und begründen Sie Ihre Änderungen.

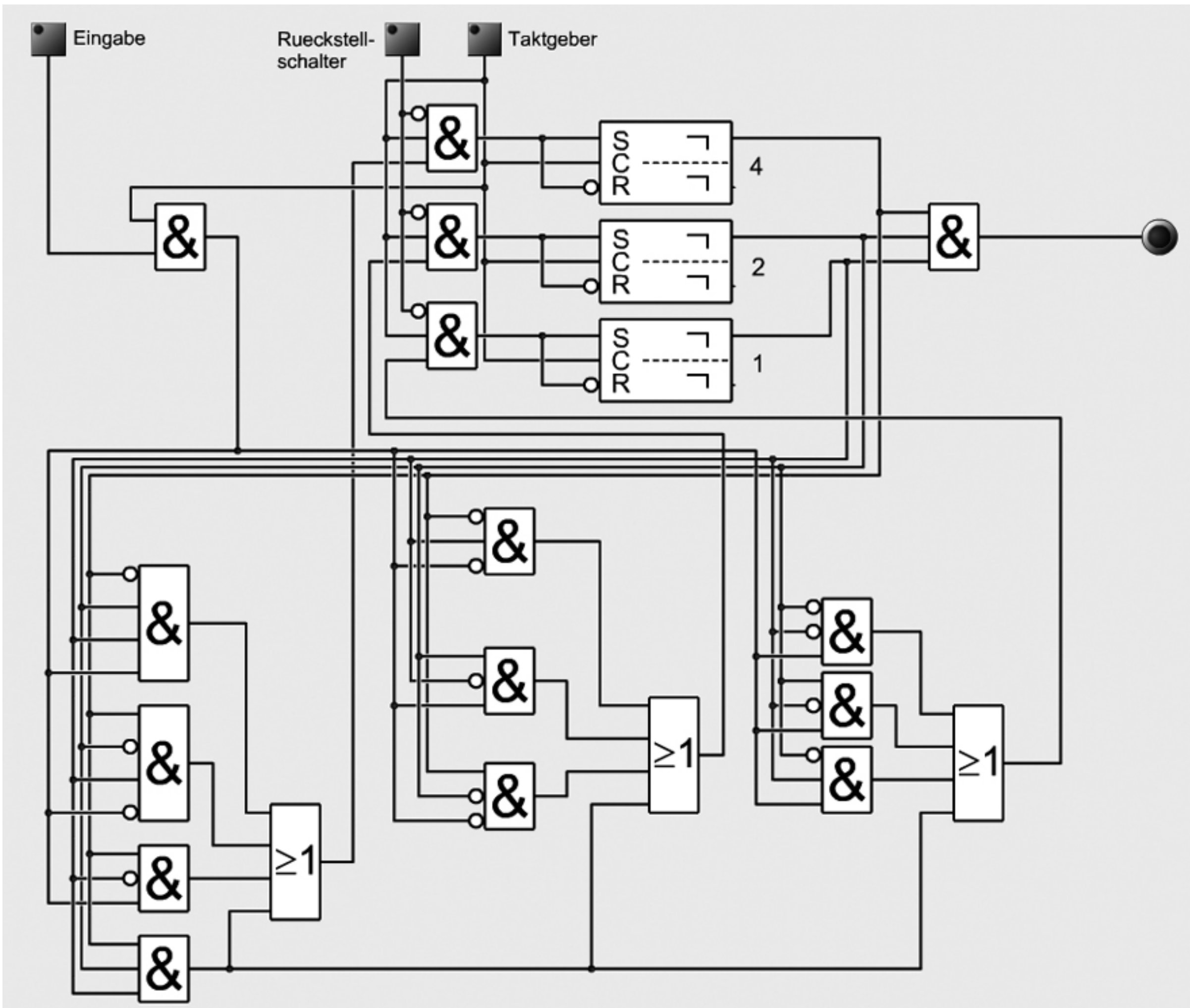

Eingabe
Rueckstell-
schalter
Taktgeber
S
C
R
4
2
1
&
≥1

Lösung.
Zustandsübergänge:

4	2	1	e	$4''$	$2''$	$1''$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

$$\begin{aligned}
4''(4,2,1,e) &= 4'21e + 42'1'e + 42'1e' + 421'e + 421e' + 421e \\
&= 4'21e + 42'1e' + 41'e + 421 \\
2''(4,2,1,e) &= 4'2'1e' + 4'21'e + 4'21e' + 42'1'e' + 42'1e' + 421'e + 421e' + 421e \\
&= 4'1e' + 21'e + 42'e' + 421 \\
1''(4,2,1,e) &= 4'2'1'e + 4'2'1e + 4'21'e + 42'1'e + 42'1e + 421'e + 421e' + 421e \\
&= 2'1'e + 21'e + 2'1e + 421
\end{aligned}$$

Lösung.



Aufgabe 3: Gleitpunktdarstellung

Stellen Sie die Zahl $1\frac{3}{5} = 1,6$ als Gleitpunktzahl einfacher Genauigkeit gemäß IEEE 754 dar.

Lösung.
Mit Hilfe des Tricks, der auf dem 5. Übungsblatt steht, ist diese Aufgabe sehr leicht lösbar. Achtung: Es werden nur die Nachkommastellen multipliziert.

$1,6 \cdot 2 = 1,2 \rightarrow 1,2 \cdot 2 = 0,40,4 \cdot 2 = 0,8 \rightarrow 0,8 \cdot 2 = 1,6 \rightarrow 1,6 \cdot 2 = 1,2 \rightarrow 1,2 \cdot 2 = 0,4 \rightarrow 0,4 \cdot 2 = 0,8 \rightarrow 0,8 \cdot 2 = 1,6 \rightarrow 1,6 \cdot 2 = 1,2 \rightarrow 1,2 \cdot 2 = 0,4 \rightarrow 0,4 \cdot 2 = 0,8 \rightarrow 0,8 \cdot 2 = 1,6 \rightarrow 1,6 \cdot 2 = 1,2 \rightarrow 1,2 \cdot 2 = 0,4 \rightarrow 0,4 \cdot 2 = 0,8 \rightarrow 0,8 \cdot 2 = 1,6 \rightarrow 1,6 \cdot 2 = 1,2 \rightarrow 1,2 \cdot 2 = 0,4 \rightarrow 0,4 \cdot 2 = 0,8 \rightarrow 0,8 \cdot 2 = 1,6 \rightarrow 1,6 \cdot 2 = 1,2 \rightarrow 1,2 \cdot 2 = 0,4 \rightarrow 0,4 \cdot 2 = 0,8 \rightarrow 0,8 \cdot 2 = 1,6$

$$
\begin{aligned}
1\frac{3}{5} &= (-1)^0 \cdot 1\frac{3}{5} \\
&= (-1)^0 \cdot (1 + \frac{1}{2} + \sum_{i=1}^{\infty}(2^{-4i} + 2^{-4i-1})) \\
&\approx (-1)^0 \cdot 2^0 \cdot (1 + 2^{-1} + 2^{-4} + 2^{-5} + 2^{-8} + 2^{-9} + 2^{-12} + 2^{-13} + 2^{-16} + \\
&\quad 2^{-17} + 2^{-20} + 2^{-21} + 2^{-23}) \\
&= (-1)^0 \cdot 2^{127-127} \cdot (1 + 2^{-1} + 2^{-4} + 2^{-5} + 2^{-8} + 2^{-9} + 2^{-12} + 2^{-13} + \\
&\quad 2^{-16} + 2^{-17} + 2^{-20} + 2^{-21} + 2^{-23})
\end{aligned}
$$

Vorzeichen: 0
Charakteristik: $c = (127)_{10} = (01111111)_2$
Mantisse: 10011001100110011001101