Aufgabe 1. (Endlicher Automat)

Für ein Alphabet E, $w \in E^*$, $a \in E$ bezeichne $|w|_a$ die Anzahl der a's in w.

Gegeben sei die Sprache L_1 aller Wörter über $E = \{0, 1\}$, die eine gerade Anzahl Nullen und eine gerade Anzahl Einsen enthalten:

$$L_1 = \{w \in E^* \mid |w|_0 \bmod 2 = |w|_1 \bmod 2 = 0\}.$$

Es gilt also beispielsweise: $\lambda, 0110, 000000, 111001 \in L_1; 01, 11110 \notin L_1$.

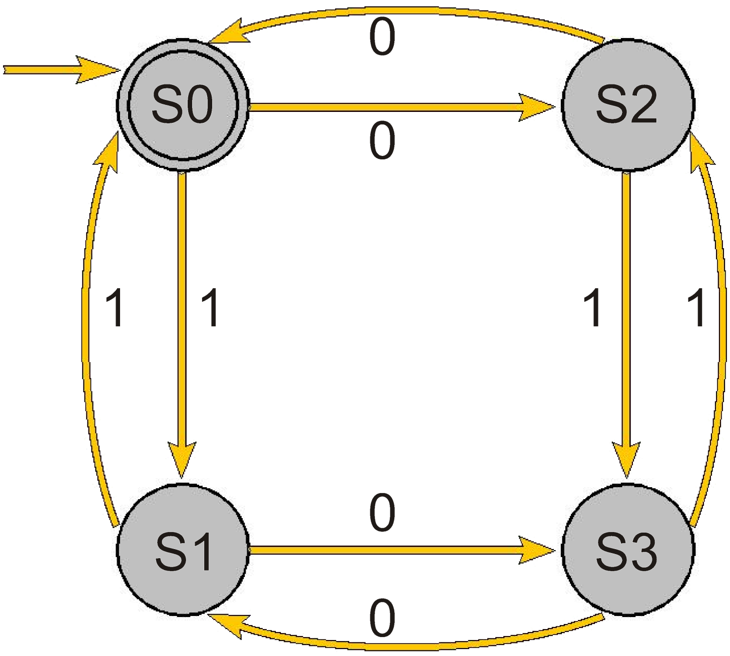
Vervollständigen Sie die Definition des unten angegebenen deterministischen endlichen Automaten A_1, so dass er L_1 erkennt. Zeichnen Sie insbesondere ein Zustandsdiagramm.

$$A_1 = (E, S, \delta, s_0, F),$$
$$E = \{0, 1\},$$
$$S = \{s_0,$$
$$F = \{$$

$$\delta :$$

Lösung:

$S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$,
$F = \{s_0\}$.



Aufgabe 2. (Kellerautomat)

Wie in Aufgabe 1 bezeichne $|w|_a$ die Anzahl der a's in einem Wort w.

Gegeben sei die Sprache L_2 aller Wörter über $E = \{0, 1\}$, bei denen die Anzahl der Nullen gleich der Anzahl der Einsen ist:

$$L_2 = \{w \in E^* \mid |w|_0 = |w|_1\}.$$

Es gilt also beispielsweise: $\lambda, 01, 0110, 010110 \in L_2; 110, 111001 \notin L_2$.

Vervollständigen Sie die Definition des unten angegebenen deterministischen Kellerautomaten A_2, so dass er L_2 erkennt.

$$A_2 = (E, S, K, \delta, s_0, k_0, F),$$
$$E = \{0, 1\},$$
$$S = \{s_0,$$
$$K = \{k_0,$$
$$F = \{$$

$$\delta :$$

Lösung:

$A_2 = (E, S, K, \delta, s_0, k_0, F)$,
$E = \{0, 1\}$,
$S = \{s_0, s_1\}$,
$K = \{0, 1, k_0\}$,
$F = \{s_0\}$,
δ :
$\delta(s_0, 0, k_0) = (s_1, 0k_0)$
$\delta(s_0, 1, k_0) = (s_1, 1k_0)$
$\delta(s_1, 0, 0) = (s_1, 00)$
$\delta(s_1, 0, 1) = (s_1, \lambda)$
$\delta(s_1, 1, 0) = (s_1, \lambda)$
$\delta(s_1, 1, 1) = (s_1, 11)$
$\delta(s_1, \lambda, k_0) = (s_0, k_0)$

Aufgabe 3. (Komplexität)

In der Vorlesung wurden unter anderen die folgenden Problemklassen vorgestellt:

(1) P,

(2) NP,

(3) Klasse der NP-vollständigen Probleme,

(4) Klasse der entscheidbaren (rekursiven) Probleme,

(5) Klasse der semientscheidbaren (rekursiv aufzählbaren) Probleme.

Zeichnen Sie ein Diagramm, das darstellt, welche dieser Klassen in welchen anderen enthalten sind. Nehmen Sie an, dass $P \neq NP$ gilt.

Lösung: