

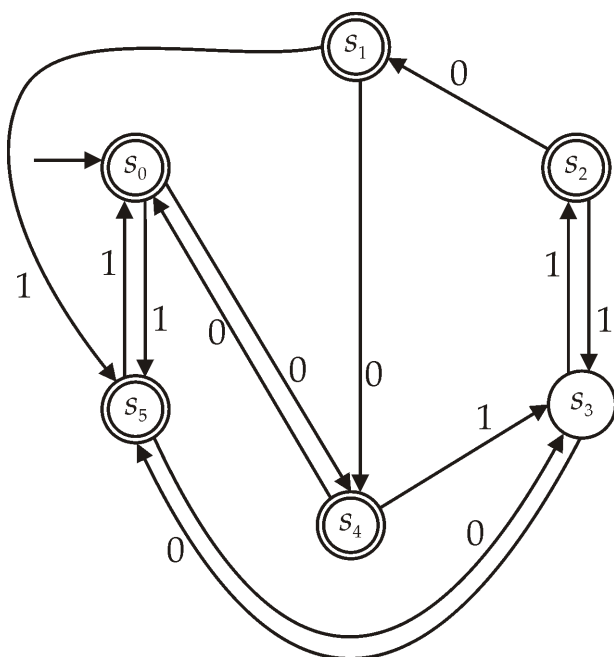
Aufgabe 1. (6 + 4 + 3 = 13 Punkte)

Gegeben sei der endliche Automat $A = (E, S, \delta, s_0, F)$ mit

$$E = \{0, 1\}, S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}, F = \{s_0, s_1, s_2, s_4, s_5\}.$$

Durch das angegebene Zustandsdiagramm sei δ definiert.

- (a) Minimieren Sie A mit dem aus der Vorlesung bekannten Algorithmus. Tragen Sie dazu auch die Zustandsübergänge in die Tabelle ein. Definieren Sie den minimierten Automaten vollständig.

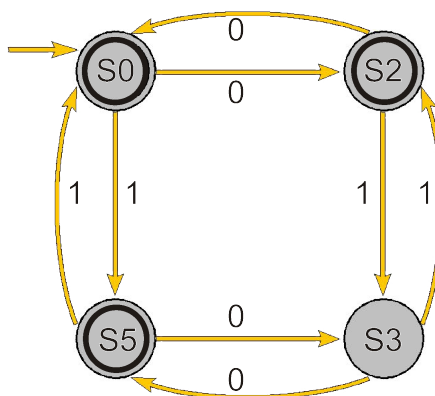


Zustand	0	1
s_0	s_4	s_5
s_1	s_4	s_5
s_2	s_1	s_3
s_3	s_5	s_2
s_4	s_0	s_3
s_5	s_3	s_0

1 Punkt für Zustandsübergänge von A , 3 Punkte für Minimierung, 2 Punkte für minimierten Automaten. (Davon 0.5 Punkte für Def. von A', E, S, F .)

Lösung: $A' = (E, S', \delta', s_0, F')$, $S' = \{s_0, s_2, s_3, s_5\}$, $F' = \{s_0, s_2, s_5\}$.

s_1					
s_2	x_1	x_1			
s_3	x_0	x_0	x_0		
s_4	x_1	x_1		x_0	
s_5	x_1	x_1	x_1	x_0	x_1
	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4



- (b) Geben Sie für den Ursprungsautomaten A und für $k \in \{0, 1, 2\}$ die Mengen der Zustände an, die zueinander k -äquivalent sind. Führen Sie auch einelementige Mengen auf.

k	Mengen k -äquivalenter Zustände
0	$\{s_0, s_1, s_2, s_4, s_5\}, \{s_3\}$
1	$\{s_1, s_0\}, \{s_2, s_4\}, \{s_3\}, \{s_5\}$
2	$\{s_1, s_0\}, \{s_2, s_4\}, \{s_3\}, \{s_5\}$

- (c) Welche Sprache $L(A)$ erkennt A ? Definieren Sie mathematisch oder formulieren Sie umgangssprachlich präzise.

Lösung: $L(A) = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 \bmod 2 = 0 \text{ oder } |w|_1 \bmod 2 = 0\}$.

Das ist fast derselbe Automat wie in der Bonusklausur, nur dass zwei Zustände mehr Endzustände sind. Das hat zur Folge, dass man jetzt nicht nur die Wörter erkennt, die eine gerade Anzahl von Einsen und Nullen enthalten, sondern auch diejenigen, die eine gerade Anzahl von Einsen oder Nullen enthalten.

Beispiele: $00011, \lambda, 10000 \in L(A)$.

Lösung:

$$M = (S, E, B, \delta, s_0, F).$$

$$S = \{s_0, s_1, s_2, s_N, s_{NN}, s_{EE}\}.$$

$$E = \{0, 1\}.$$

$$B = \{0, 1, \star\}.$$

$$F = \{s_{EE}, s_{NN}\}.$$

Zustand	0	1	\star
s_0	$(s_1, 1, R)$	$(s_N, 0, N)$	(s_{EE}, \star, N)
s_1	$(s_2, 1, R)$	$(s_N, 0, N)$	(s_N, \star, L)
s_2	$(s_N, 0, N)$	$(s_0, 1, R)$	(s_N, \star, L)
s_N	$(s_N, 0, R)$	$(s_N, 1, R)$	(s_{NN}, \star, L)
s_{NN}	$(s_{NN}, 0, L)$	$(s_{NN}, 0, L)$	
s_{EE}			

1 Punkt für richtige Definition von S, E, B, F , 9 Punkte für δ . Pro Fehler, je nach Gewicht, zwischen 0.5 und 2 Punkte Abzug.

Aufgabe 3. (6 Punkte)

Sei T ein Terminalalphabet, $L \subseteq T^*$ eine Sprache. Welche der folgenden Aussagen ist äquivalent zum Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen?

Begründen Sie Ihre Wahl kurz.

- Wenn L kontextfrei ist, existiert für alle $k \in \mathbb{N}_0$ ein $z \in L$ mit $|z| \geq k$, sodass für alle Wörter $u, v, w, x, y \in T^*$ gilt:
- (a) $z = uvwxy$ und
 - (b) $|vwx| \leq k$ und
 - (c) $vx \neq \lambda$ und
 - (d) $\forall i \in \mathbb{N}_0 : uv^iwx^iy \in L$.
- Wenn L kontextfrei ist, existiert ein $k \in \mathbb{N}_0$ und ein $z \in L$ mit $|z| \geq k$, sodass Wörter $u, v, w, x, y \in T^*$ existieren mit:
- (a) $z = uvwxy$ und
 - (b) $|vwx| > k$ und
 - (c) $uv \neq \lambda$ und
 - (d) $\forall i \in \mathbb{N}_0 : uv^iwx^iy \in L$.
- Wenn für alle $k \in \mathbb{N}_0$ ein $z \in L$ mit $|z| \geq k$ existiert, sodass für alle Wörter $u, v, w, x, y \in T^*$ gilt:
- (a) $z \neq uvwxy$ oder
 - (b) $|vwx| > k$ oder
 - (c) $vx = \lambda$ oder
 - (d) $\exists i \in \mathbb{N}_0 : uv^iwx^iy \notin L$,

dann ist L nicht kontextfrei.

Lösung: Das ist die umgedrehte Variante des PL („ $A \Rightarrow B$ gdw. $\neg B \Rightarrow \neg A$ “), die üblicherweise für Beweise verwendet wird. 2 Punkte für Kreuz, 4 für Begründung. Ausschlussverfahren auch OK, ABER: Nur nach Absprache mit Sanaz oder Lukas!

- Wenn ein $k \in \mathbb{N}_0$ existiert, sodass für alle $z \in L$ mit $|z| \geq k$ Wörter $u, v, w, x, y \in T^*$ existieren mit:
- (a) $z = uvwxy$ und
 - (b) $|vwx| = k$ und
 - (c) $vx \neq \lambda$ und
 - (d) $\forall i \in \mathbb{N}_0 : uv^iwx^iy \in L$,

dann ist L kontextfrei.

Aufgabe 4. (10 Punkte)

Seien A und B Probleme, P und NP die aus der Vorlesung bekannten Komplexitätsklassen, SAT das Erfüllbarkeitsproblem der Aussagenlogik und \leq_{pol} die aus der Vorlesung bekannte Relation mit der Bedeutung:

$$X \leq_{pol} Y \Leftrightarrow X \text{ ist in Polynomialzeit reduzierbar auf } Y.$$

- (a) Kreuzen Sie in der ersten leeren Spalte der Tabelle alle Aussagen an, die folgen, wenn A NP -vollständig ist.
- (b) Kreuzen Sie in der zweiten leeren Spalte alle Aussagen an, die folgen, wenn $A \in NP$ gilt.
- (c) Kreuzen Sie in der dritten leeren Spalte alle Aussagen an, die folgen, wenn A NP -schwer ist.

Aussage	A NP -vollst.	$A \in NP$	A NP -schwer
$A \leq_{pol} SAT$	×	×	
$\forall C \in NP : C \leq_{pol} A$	×		×
$B \leq_{pol} A \Rightarrow B \in NP$	×	×	
B ist NP -schwer $\Rightarrow A \leq_{pol} B$	×	×	
$P = NP \Rightarrow (A \leq_{pol} B \text{ und } B \leq_{pol} A)$			
Halteproblem $\leq_{pol} A$			
A ist entscheidbar	×	×	

Hinweise:

- Sie erhalten 1 Punkt pro richtig gesetztem Kreuz und 1 Punkt Abzug pro falsch gesetztem Kreuz. Sie können bei dieser Aufgabe nicht weniger als 0 Punkte erhalten.
- Es sind pro Zeile und Spalte Mehrfachnennungen möglich.

Aufgabe 5. (5 + 5 + 4 = 14 Punkte)

Ein Volladdierer (VA), wie in der Vorlesung definiert, hat 3 Eingänge für die zu addierenden Bits a und b , einen Übertrag \ddot{u} aus evtl. zuvor durchgeführten Additionen und zwei Ausgänge S und \ddot{U} , die die Summe und den Übertrag der Addition darstellen. Die zum VA gehörende Wertetabelle ist:

a	b	\ddot{u}	Ergebnis S	Übertrag \ddot{U}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

- (a) Geben Sie die Schaltfunktionen $\mathbb{B}^3 \rightarrow \mathbb{B}$ für S und \ddot{U} an. Zeichnen Sie eine Schaltung des VAs. Verwenden Sie dabei nur die Bauteile *OR*, *AND*, *NOT*, *NAND*, *NOR* und/oder *XOR*.

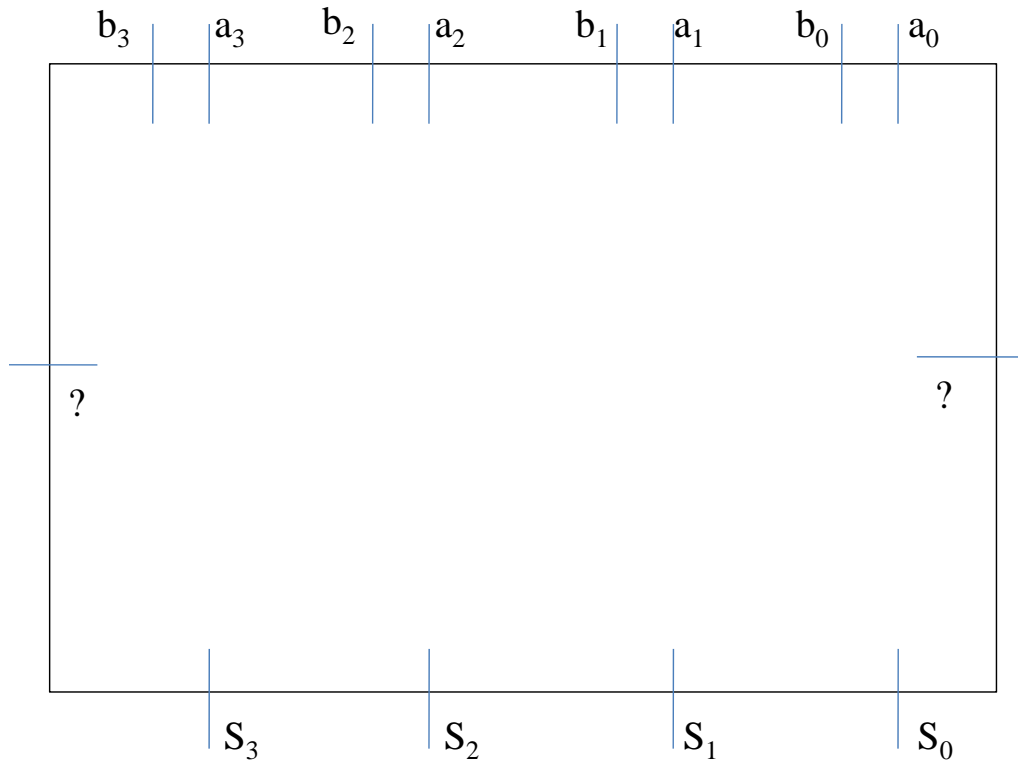
$$S = a \text{ XOR } b \text{ XOR } \ddot{u}$$

$$\ddot{U} = a \ \& \ b + a \ \& \ \ddot{u} + b \ \& \ \ddot{u}$$



- (b) Zeichnen Sie die Schaltung eines Ripple-Carry-Addierers für die Addition zweier 4-stelliger Dualzahlen $(a_3a_2a_1a_0)$ und $(b_3b_2b_1b_0)$. Sie können den Volladdierer aus Aufgabenteil (a) als Blackbox benutzen (auch wenn Sie (a) nicht gelöst haben).

Beschreiben Sie kurz, welche Funktion die mit Fragezeichen „?“ versehenen Leitungen haben.



- (c) Ein Volladdierer brauche 1 Zeiteinheit (Takt) für die Berechnung der Summe und des Übertrags. Wie viele Zeiteinheiten braucht dann ein Ripple-Carry-Addierer, um k Additionen zweier n -stelliger Dualzahlen zu berechnen?

$$n \cdot k$$

Wieviel Zeit lässt sich einsparen, wenn man Pipelining benutzt?

$$n \cdot k - (n + k - 1)$$

Aufgabe 6. (7 + 3 = 10 Punkte)

Folgende Zeichenkette sei repräsentativ für Daten, die noch kommen sollen (Leerzeichen werden nicht kodiert):

KEINER KODIERT KUERZER

- (a) Erzeugen Sie anhand der durch die Zeichenkette gegebenen Häufigkeitsverteilung eine Huffman-Kodierung.

Tragen Sie dazu die Häufigkeiten der Zeichen in die erste Tabelle ein, erstellen Sie einen entsprechenden Baum mit Angabe der Häufigkeiten an den Knoten und tragen Sie die Kodierung der Zeichen in die zweite Tabelle ein.

Zeichen	E	R	K	I	N	O	D	T	U	Z
Häufigkeit	5	4	3	2	1	1	1	1	1	1

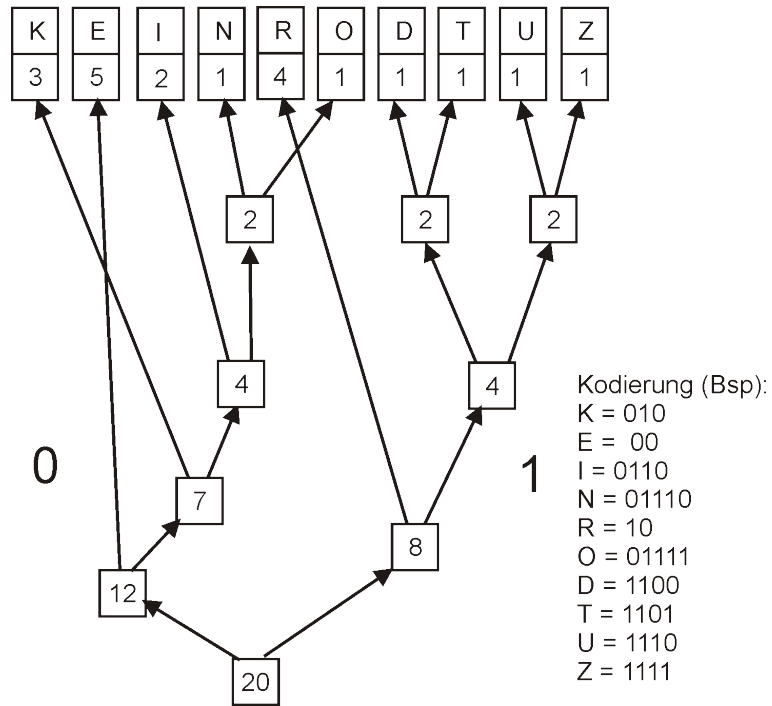
Zeichen	Code
E	
R	
K	
I	
N	
O	
D	
T	
U	
Z	

Bewertung:

Häufigkeitsverteilung: 1 Punkt,

Baum: 4 Punkte,

Kodierung: 2 Punkte.



(b) Geben Sie die Codelänge dieser Huffman-Kodierung an (Bruch genügt).

Lösung: $\frac{61}{20}$ (3 Punkte, -1 Punkt, wenn Rechenweg richtig, aber verrechnet.)

Aufgabe 7. (1 + 4 + 6 = 11 Punkte)

(a) Wandeln sie die Zahl 25 in die Dualdarstellung mit 10 Bits um.

Dualdarstellung

Lösung: 0000011001

(b) Geben Sie das 1-Komplement und das 2-Komplement mit jeweils 10 Bits der Dualzahl aus Teilaufgabe (a) an.

1-Komplement	
2-Komplement	

Lösung: 1-Komplement: 1111100110; 2-Komplement: 1111100111.

(c) Gegeben sei die folgende IEEE 754-ähnliche Darstellung für Gleitkommazahlen mit 10 Bits:

v	c ₃	c ₂	c ₁	c ₀	m' ₄	m' ₃	m' ₂	m' ₁	m' ₀
---	----------------	----------------	----------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

v bezeichne das Vorzeichenbit, *c*₃ bis *c*₀ die Charakteristik und *m'*₄ bis *m'*₀ die explizit zu repräsentierenden Bits der Mantisse der Gleitkommazahl.

Wandeln sie die Zahlen 25 und 5,75 in diese Gleitkommadarstellung um. Geben Sie die zugehörigen Bitvektoren an.

	v	c ₃ c ₂ c ₁ c ₀	m' ₄ m' ₃ m' ₂ m' ₁ m' ₀
25 _{gpz}			
5,75 _{gpz}			

Lösung:

$$q = 2^{4-1} - 1 = 7.$$

$$25 = 2^4 + 2^3 + 2^0 = 2^4(1 + 2^{-1} + 2^{-4}) = 2^{11-7}(1 + 2^{-1} + 2^{-4}).$$

$$v = 0.$$

$$c = 1011.$$

$$m' = 10010.$$

$$5,75 = 2^2(1 + 2^{-4} + 2^{-3} + 2^{-2}).$$

$$v = 0.$$

$$c = 1001.$$

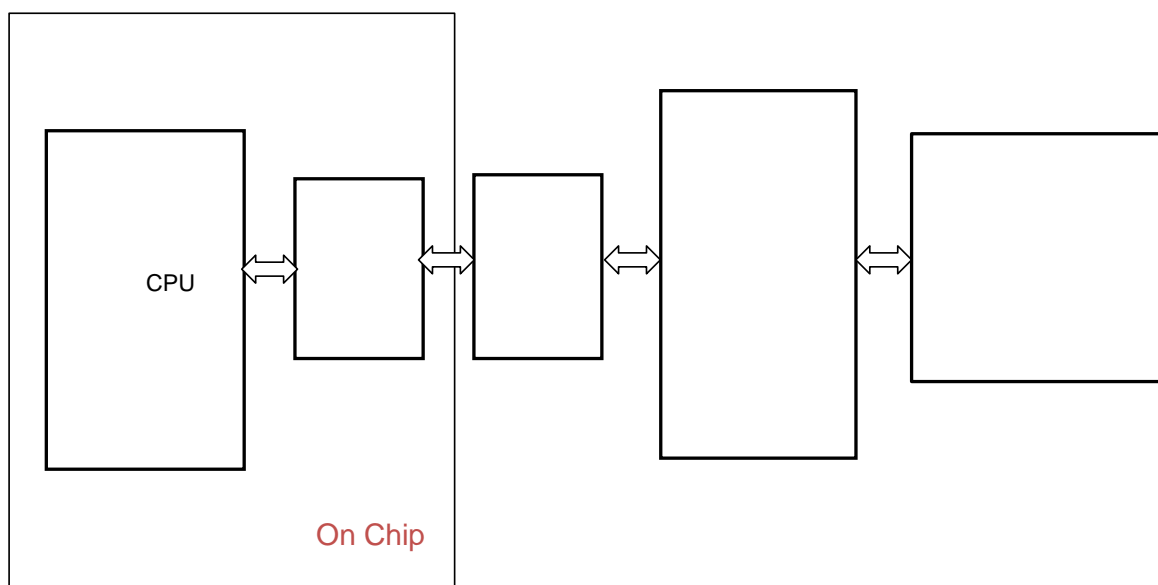
$$m' = 01110.$$

Aufgabe 8. (5 + 2 + 3 = 10 Punkte)

(a) Platzieren Sie

- (1) Externspeicher,
- (2) Register,
- (3) Cache-Speicher on Chip (L1),
- (4) Arbeitsspeicher und
- (5) Cache-Speicher off Chip (L2)

in der Grafik, wie sie typischerweise in Rechnerarchitekturen eingesetzt werden.



- (b) Welche Zugriffsmethoden auf den Cache-Speicher wurden in der Vorlesung vorgestellt? Assoziativ, Wahlfrei.
- (c) Es gibt verschiedene Verfahren, nach denen entschieden wird, an welche Stelle im Cache ein Datenblock des Hauptspeichers gelangt. Nennen Sie zwei dieser Verfahren und beschreiben Sie kurz, wie sie funktionieren.
Assoziativ, Directly Mapped.

Aufgabe 9. (6 Punkte)

Kreuzen Sie an, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Für jede richtige Antwort erhalten Sie einen Punkt, für falsche Kreuze wird Ihnen jeweils ein Punkt abgezogen. Sie können nicht weniger als 0 Punkte in dieser Aufgabe erzielen.

	wahr	falsch
Daisy Chain wird zur zentralen Steuerung eines Datenbusses gebraucht.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Ein Nachteil des Assoziativspeichers ist, dass der Zugriff auf beliebig große Speicher sehr teuer ist.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Die SIMD-Rechnerarchitektur setzt sich aus n Steuerwerken, n Rechenwerken, einem Verbindungsnetz und n Speichern zusammen.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
n-MOS und p-MOS Transistoren verhalten sich in der Weise komplementär, dass für eine 1 am Gate der p-Kanal gesperrt bzw. der n-Kanal durchlässig ist.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Der Cell-Prozessor kann ausschließlich in Spieleanwendungen eingesetzt werden.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Round Robin ist ein prioritätsgestütztes Zuteilungsverfahren.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Lösung:

	wahr	falsch
Daisy Chain wird zur zentralen Steuerung eines Datenbusses gebraucht.	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Ein Nachteil des Assoziativspeichers ist, dass der Zugriff auf beliebig große Speicher sehr teuer ist.	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Die SIMD-Rechnerarchitektur setzt sich aus n Steuerwerken, n Rechenwerken, einem Verbindungsnetz und n Speichern zusammen.	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
n-MOS und p-MOS Transistoren verhalten sich in der Weise komplementär, dass für eine 1 am Gate der p-Kanal gesperrt bzw. der n-Kanal durchlässig ist.	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Der Cell-Prozessor kann ausschließlich in Spiele-Anwendung eingesetzt werden.	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Round Robin ist ein prioritätsgestütztes Zuteilungsverfahren.	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>