

Aufgabenübersicht

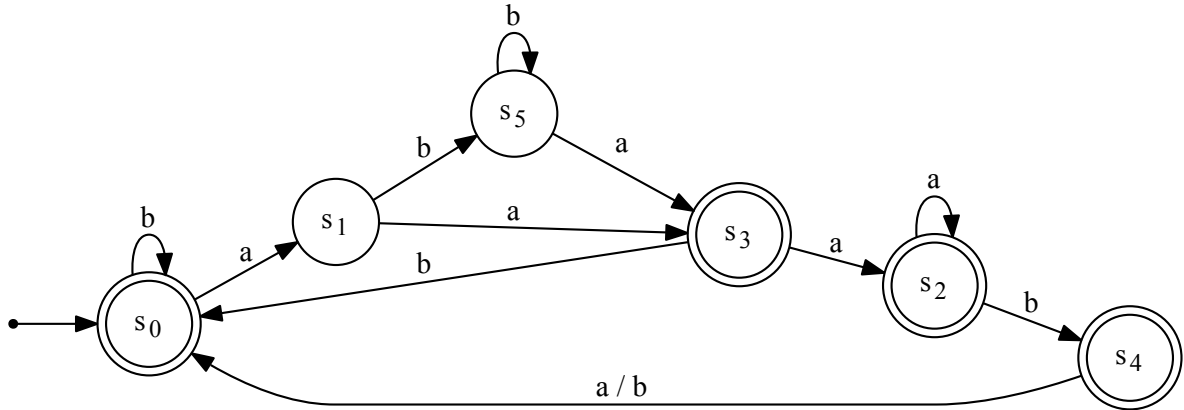
1) Minimierung endlicher Automaten	2
2) Turingmaschine	3
3) Schaltwerke	6

Aufgabe 1

2014-B-01

Minimierung endlicher Automaten

Gegeben sei der deterministische endliche Automat $A = (\{a, b\}, \{s_0, \dots, s_5\}, \delta, s_0, \{s_0, s_2, s_3, s_4\})$.
 Durch das abgebildete Zustandsdiagramm sei δ definiert.

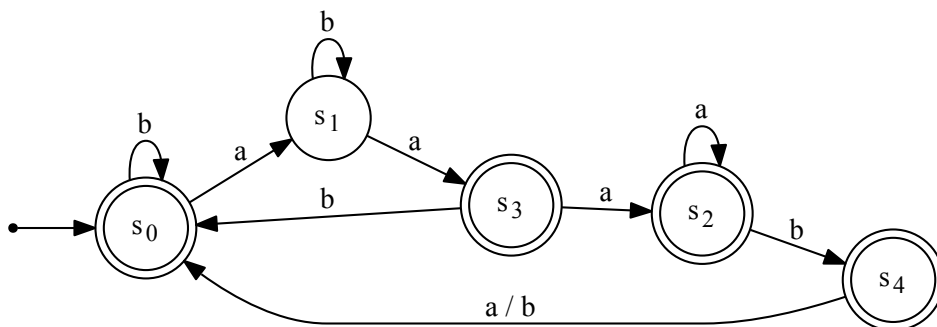


Minimieren Sie A und geben Sie den minimierten Automaten A' vollständig an. Geben Sie insbesondere die Übergangstabelle, die Minimierungstabelle und ein Zustandsüberföhrungsdiagramm an. Verwenden Sie hierfür die folgenden Tabellen.

Lösung:

	a	b
s_0	s_1	s_0
s_1	s_3	s_5
s_2	s_2	s_4
s_3	s_2	s_0
s_4	s_0	s_0
s_5	s_3	s_5

s_1	\times_0				
s_2	\times_1	\times_0			
s_3	\times_1	\times_0	\times_2		
s_4	\times_1	\times_0	\times_2	\times_2	
s_5	\times_0	–	\times_0	\times_0	\times_0
	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4



$$A' = (\{a, b\}, \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}, \delta', s_0, \{s_0, s_2, s_3, s_4\},)$$

Aufgabe 2

2014-B-02

Turingmaschine

Geben Sie eine Turingmaschine T an, die für ein Wort $w \in \{0, 1\}^*$ die folgende Funktion $f_T : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$ berechnet:

$$f_T(w) = 1^{|w|_1} w$$

Die Turingmaschine soll also so viele Einsen links vor die Eingabe schreiben, wie Einsen in w enthalten sind.

Beispiele:

- $f_T(\lambda) = \lambda$,
- $f_T(000) = 000$,
- $f_T(1111) = 11111111$,
- $f_T(100101) = 111100101$,

Der Teil w darf während der Rechnung verändert werden, muss aber am Ende wiederhergestellt werden. Geben Sie die Turingmaschine vollständig an.

Lösung:

$$T = (\{0, 1\}, \{0, 1, E, \star\}, \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_e\}, \delta, s_0, \{s_e\})$$

	0	1	E	★
s_0	$(s_0, 0, R)$	(s_1, E, L)	(s_0, E, R)	(s_3, \star, L)
s_1	$(s_1, 0, L)$	$(s_1, 1, L)$	(s_1, E, L)	$(s_2, 1, R)$
s_2	$(s_2, 0, R)$	$(s_2, 1, R)$	(s_0, E, R)	
s_3	$(s_3, 0, L)$	$(s_3, 1, L)$	$(s_3, 1, L)$	(s_e, \star, R)
s_e				

Beispielberechnung für Eingabe 0101 (^ symbolisiert die Kopfposition):

Bandinhalt	Zustand
$\hat{0}101$	$(s_0, 0) \rightarrow (s_0, 0)/R$
$0\hat{1}01$	$(s_0, 1) \rightarrow (s_1, E)/L$
$\hat{0}E01$	$(s_1, 0) \rightarrow (s_1, 0)/L$
$\hat{\star}0E01$	$(s_1, \star) \rightarrow (s_2, 1)/R$
$1\hat{0}E01$	$(s_2, 0) \rightarrow (s_2, 0)/R$
$10\hat{E}01$	$(s_2, E) \rightarrow (s_0, E)/R$
$10E\hat{0}1$	$(s_0, 0) \rightarrow (s_0, 0)/R$
$10E0\hat{1}$	$(s_0, 1) \rightarrow (s_1, E)/L$
$10E\hat{0}E$	$(s_1, 0) \rightarrow (s_1, 0)/L$
$10\hat{E}0E$	$(s_1, E) \rightarrow (s_1, E)/L$
$1\hat{0}E0E$	$(s_1, 0) \rightarrow (s_1, 0)/L$
$\hat{1}0E0E$	$(s_1, 1) \rightarrow (s_1, 1)/L$
$\hat{\star}10E0E$	$(s_1, \star) \rightarrow (s_2, 1)/R$
$1\hat{1}0E0E$	$(s_2, 1) \rightarrow (s_2, 1)/R$
$11\hat{0}E0E$	$(s_2, 0) \rightarrow (s_2, 0)/R$
$110\hat{E}0E$	$(s_2, E) \rightarrow (s_0, E)/R$
$110E\hat{0}E$	$(s_0, 0) \rightarrow (s_0, 0)/R$
$110E0\hat{E}$	$(s_0, E) \rightarrow (s_0, E)/R$
$110E0E\hat{\star}$	$(s_0, \star) \rightarrow (s_3, \star)/L$
$110E0\hat{E}\star$	$(s_3, E) \rightarrow (s_3, 1)/L$
$110E\hat{0}1\star$	$(s_3, 0) \rightarrow (s_3, 0)/L$
$110\hat{E}01\star$	$(s_3, E) \rightarrow (s_3, 1)/L$
$11\hat{0}101\star$	$(s_3, 0) \rightarrow (s_3, 0)/L$
$1\hat{1}0101\star$	$(s_3, 1) \rightarrow (s_3, 1)/L$
$\hat{1}10101\star$	$(s_3, 1) \rightarrow (s_3, 1)/L$
$\hat{\star}110101\star$	$(s_3, \star) \rightarrow (s_e, \star)/R$
$\star\hat{1}10101\star$	

Alternative:

$$T = (\{0, 1\}, \{0, 1, E, \star\}, \{s_0, s_1, s_2, s_e\}, \delta, s_0, \{s_e\})$$

	<i>E</i>	0	1	\star
s_0	(s_0, E, R)	$(s_0, 0, R)$	(s_1, E, L)	(s_2, \star, L)
s_1	(s_1, E, L)	$(s_1, 0, L)$		(s_0, E, R)
s_2	$(s_2, 1, L)$	$(s_2, 0, L)$		(s_e, \star, N)
s_e				

Beispielberechnung für Eingabe 010 ($\hat{}$ symbolisiert die Kopfposition):

Bandinhalt	Zustand
$\hat{0}10$	$(s_0, 0) \rightarrow (s_0, 0)/R$
$0\hat{1}0$	$(s_0, 1) \rightarrow (s_1, E)/L$
$\hat{0}E0$	$(s_1, 0) \rightarrow (s_1, 0)/L$
$\hat{\star}0E0$	$(s_1, \star) \rightarrow (s_0, E)/R$
$E\hat{0}E0$	$(s_0, 0) \rightarrow (s_0, 0)/R$
$E0\hat{E}0$	$(s_0, E) \rightarrow (s_0, E)/R$
$E0E\hat{0}$	$(s_0, 0) \rightarrow (s_0, 0)/R$
$E0E0\hat{\star}$	$(s_0, \star) \rightarrow (s_2, \star)/L$
$E0E\hat{0}\star$	$(s_2, 0) \rightarrow (s_2, 0)/L$
$E0\hat{E}0\star$	$(s_2, E) \rightarrow (s_2, 1)/L$
$E\hat{0}10\star$	$(s_2, 0) \rightarrow (s_2, 0)/L$
$\hat{E}010\star$	$(s_2, E) \rightarrow (s_2, 1)/L$
$\hat{\star}1010\star$	$(s_2, \star) \rightarrow (s_e, \star)/N$
$\hat{\star}1010\star$	

Aufgabe 3

2014-B-03

Schaltwerke

Geben Sie eine CMOS-Schaltung für die folgende Schaltfunktion $f : \mathbb{B}^4 \rightarrow \mathbb{B}$ an:

$$f(a, b, c, d) = \neg((a \wedge b) \vee (c \wedge d))$$

Verwenden Sie hierfür die nachstehende Abbildung und zeichnen Sie den PMOS-Bereich sowie den NMOS-Bereich auf Transistorebene in die dafür vorgegebenen Bereiche.

Hinweis: Wenn Sie zwei mal die De Morgansche Regel auf f anwenden, können Sie die daraus resultierende konjunktive Normalform (KNF) der Funktion direkt in CMOS abbilden.

Lösung:

$$f(a, b, c, d) = \neg(ab \vee cd) = \neg(ab) \wedge \neg(cd) = (\neg a \vee \neg b) \wedge (\neg c \vee \neg d)$$

