Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Angewandte Informatik und Formale Beschreibungsverfahren

17.01.2015

Lösung zur Bonusklausur über den Stoff der Vorlesung „Grundlagen der Informatik II“ (45 Minuten)

Name: ____________________ Vorname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________ Semester: ________ (WS 2014/15)

Ich bestätige, dass ich die folgenden Angaben gelesen und mich von der Vollständigkeit dieses Klausurexemplars überzeugt habe (Seiten 1-7).

____

Unterschrift des o. g. Klausurteilnehmers bzw. der o. g. Klausurteilnehmerin

Anmerkungen:

1. Legen Sie bitte Ihren Studierendenausweis bereit.
2. Bitte tragen Sie **Name**, **Vorname** und **Matr.-Nr.** deutlich lesbar ein.
3. Die folgenden **3 Aufgaben** sind vollständig zu bearbeiten.
4. Folgende Hilfsmittel sind zugelassen: **keine.**
5. Täuschungsversuche führen zum Ausschluss von der Klausur.
6. Unleserliche oder mit Bleistift geschriebene Lösungen können von der Klausur bzw. Wertung ausgeschlossen werden.
7. Die Bearbeitungszeit beträgt 45 Minuten.

Nur für den Prüfer :

1	2	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	gesamt

Aufgabenübersicht

Aufgabe 0

Zusatzbonus

Bitte erleichtern Sie uns die Korrektur durch Beantwortung dieser Fragen zum Zusatzbonus.

Hinweis: Den Zusatzbonus erhalten Sie, indem Sie **vier der sechs Ihnen zugewiesenen Tutorien besuchen** und **in einem dieser Tutorien eine interaktive Aufgabe vorrechnen**.

	Wahr	Falsch
Ich habe mich bereits für den Zusatzbonus qualifiziert.	□	□
Falls nein: ich kann (theoretisch) in den verbleibenden zwei Tutorien den Zusatzbonus noch erwerben.	□	□

Vielen Dank!

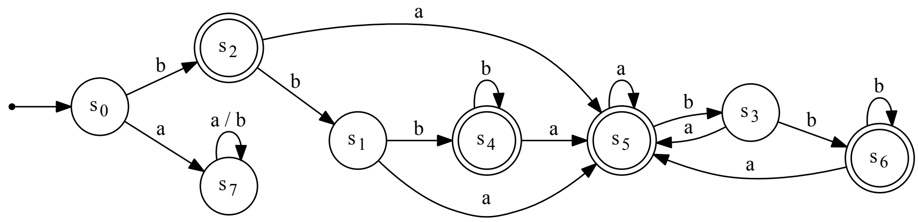
Aufgabe 1

2015-B-01 **Minimierung endlicher Automaten**

Gegeben sei der folgende endliche Automat A mit

$$A = (\{a, b\}, \{s_0, \ldots, s_7\}, \delta, s_0, \{s_2, s_4, s_5, s_6\})$$

δ:



und die zugehörige Zustandsübergangstabelle.

δ	a	b
s_0	s_7	s_2
s_1	s_5	s_4
s_2	s_5	s_1
s_3	s_5	s_6
s_4	s_5	s_4
s_5	s_5	s_3
s_6	s_5	s_6
s_7	s_7	s_7

Minimieren Sie A mit dem Algorithmus aus der Vorlesung. Geben Sie die Minimierungstabelle und den minimierten Automaten A' vollständig an.

Lösung:

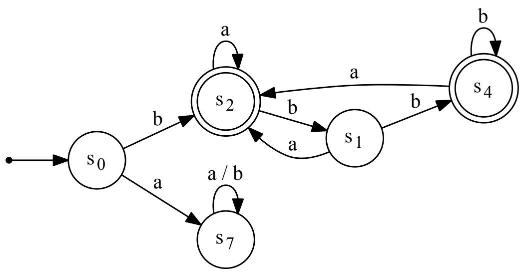
Es ergibt sich folgende Minimierungstabelle, aus der hervorgeht, dass s_1, s_3 und s_2, s_5 und s_4, s_6 zueinander jeweils äquivalent sind.

s_1	$\times_1$						
s_2	$\times_0$	$\times_0$					
s_3	$\times_1$	–	$\times_0$				
s_4	$\times_0$	$\times_0$	$\times_1$	$\times_0$			
s_5	$\times_0$	$\times_0$	–	$\times_0$	$\times_1$		
s_6	$\times_0$	$\times_0$	$\times_1$	$\times_0$	–	$\times_1$	
s_7	$\times_1$	$\times_1$	$\times_0$	$\times_1$	$\times_0$	$\times_0$	$\times_0$
	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6

Fasst man die äquivalenten Zustände zusammen, ergibt sich folgender minimierter Automat:

$$A' = (\{a, b\}, \{s_0, s_1, s_2, s_4, s_7\}, \delta', s_0, \{s_2, s_4\})$$

δ':



mit dieser Zustandsübergangstabelle:

δ'	a	b
s_0	s_7	s_2
s_1	s_2	s_4
s_2	s_2	s_1
s_4	s_2	s_4
s_7	s_7	s_7

Aufgabe 2

2015-B-02 **Kellerautomat**

Für ein Alphabet $E, w \in E^\star, a \in E$ bezeichne $|w|_a$ die Anzahl der $a's$ in w. Gegeben sei die Sprache L mit

$$L = \{u\&v \mid u \in \{0,1\}^n, v \in \{0,1\}^\star \text{ mit } |v|_1 = n, n \in \mathbb{N}_0\}$$

Wörter der Sprache enthalten also im Teil nach „&" so viele Einsen, wie der Teil vor „&" lang ist. Es gilt beispielsweise

$$\&00, \&, 000\&01011, 0\&10, 1\&1 \in L$$
$$1\&, 10\&1, 101\&110, \lambda \notin L.$$

Geben Sie für die Sprache L einen **deterministischen** Kellerautomaten A an. Geben Sie A vollständig an. Zeigen Sie, dass A das Testwort $\boxed{01\&110}$ akzeptiert, indem Sie die Konfigurationsübergänge der Rechnung angeben.

Lösung:

$$A = (\{0,1,\&\}, \{s_0, s_1, s_e\}, \{k_0, 0\}, \delta, s_0, k_0, \{s_e\})$$

$$\begin{aligned}
(s_0, \&, k_0) &\to (s_1, k_0)\\
(s_0, 1, k_0) &\to (s_0, 0k_0)\\
(s_0, 0, k_0) &\to (s_0, 0k_0)\\
(s_0, 0, 0) &\to (s_0, 00)\\
(s_0, 1, 0) &\to (s_0, 00)\\
(s_0, \&, 0) &\to (s_1, 0)\\
(s_1, 1, 0) &\to (s_1, \lambda)\\
(s_1, 0, 0) &\to (s_1, 0)\\
(s_1, \lambda, k_0) &\to (s_e, k_0)\\
(s_e, 0, k_0) &\to (s_e, k_0)
\end{aligned}$$

Konfigurationsfolge des Testworts:

$$\begin{aligned}
(s_0, 01\&110, k_0) &\vdash (s_0, 1\&110, k_0 0) \vdash (s_0, \&110, k_0 00) \vdash (s_1, 110, k_0 00)\\
&\vdash (s_1, 10, k_0 0) \vdash (s_1, 0, k_0) \vdash (s_e, 0, k_0) \vdash (s_e, \lambda, k_0)
\end{aligned}$$

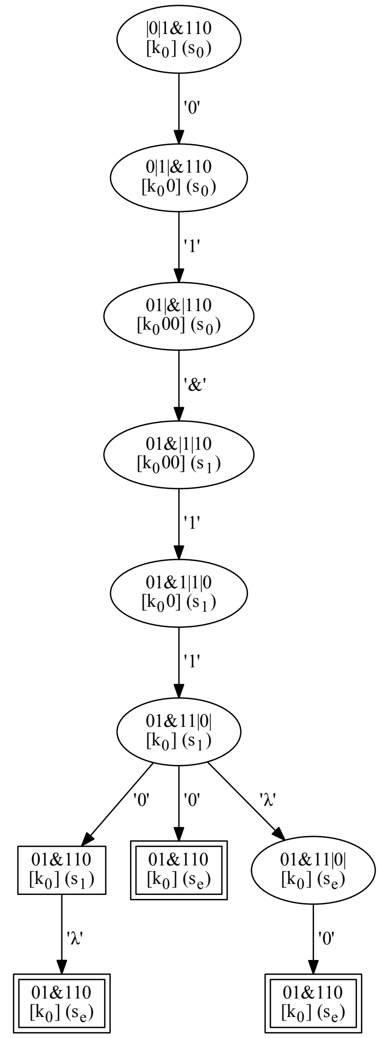
bzw. ausführlicher:

$\hat{0}1\&110$	k_0	$(s_0, 0, k_0) \to (s_0, 0k_0)$
$0\hat{1}\&110$	$k_0, 0$	$(s_0, 1, 0) \to (s_0, 00)$
$01\hat{\&}110$	$k_0, 0, 0$	$(s_0, \&, 0) \to (s_1, 0)$
$01\&\hat{1}10$	$k_0, 0, 0$	$(s_1, 1, 0) \to (s_1, \lambda)$
$01\&1\hat{1}0$	$k_0, 0$	$(s_1, 1, 0) \to (s_1, \lambda)$
$01\&11\hat{0}$	k_0	$(s_1, \lambda, k_0) \to (s_e, k_0)$
$01\&11\hat{0}$	k_0	$(s_e, 0, k_0) \to (s_e, k_0)$

Zur Ergänzung eine nichtdeterministische Lösung (nicht erwünscht, aber geduldet):

$$\begin{aligned}
(s_0, \&, k_0) &\quad \to \{(s_1, k_0)\}\\
(s_0, 0, 0) &\quad \to \{(s_0, 00)\}\\
(s_1, 1, 0) &\quad \to \{(s_1, \lambda)\}\\
(s_0, 1, 0) &\quad \to \{(s_0, 00)\}\\
(s_1, 0, 0) &\quad \to \{(s_1, 0)\}\\
(s_1, \lambda, k_0) &\quad \to \{(s_e, k_0)\}\\
(s_0, \&, 0) &\quad \to \{(s_1, 0)\}\\
(s_e, 0, k_0) &\quad \to \{(s_e, k_0)\}\\
(s_0, 1, k_0) &\quad \to \{(s_0, 0k_0)\}\\
(s_0, 0, k_0) &\quad \to \{(s_0, 0k_0)\}\\
(s_1, 0, k_0) &\quad \to \{(s_1, k_0), (s_e, k_0)\}
\end{aligned}$$

Ableitung des Testworts:



Aufgabe 3

2015-B-03 **Binary Decision Diagram (BDD)**

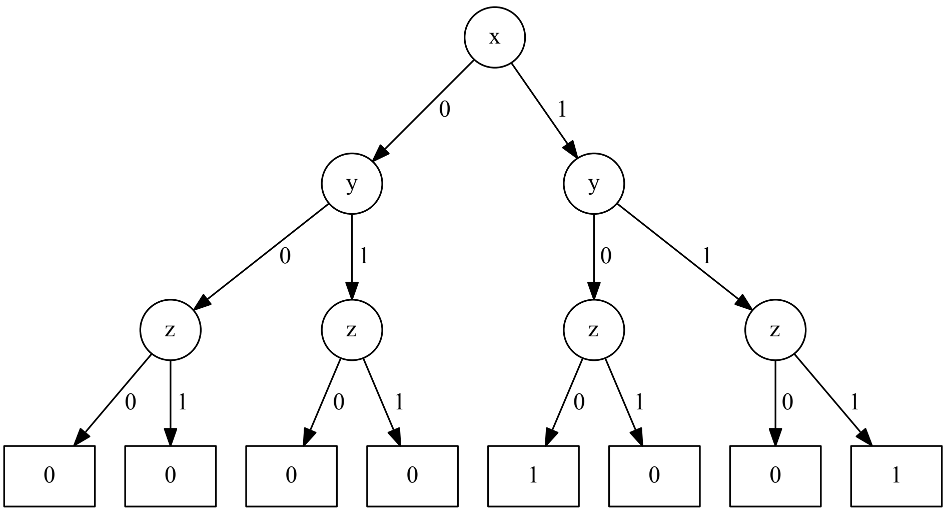
Gegeben sei die Boolesche Funktion f mit

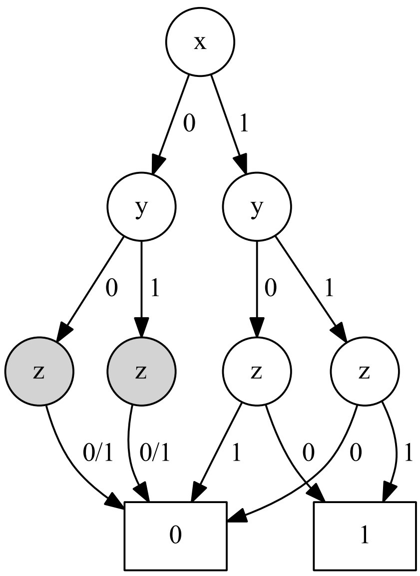
$$f : \mathbb{B}^3 \mapsto \mathbb{B} : f(x,y,z) = x \wedge (y \oplus z)'$$

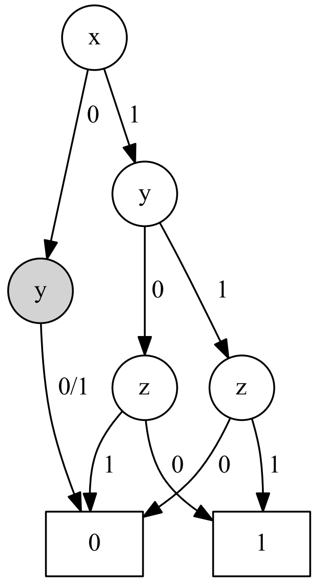
Erstellen Sie für die Funktion f ein BDD mit der Variablenreihenfolge $x \rightarrow y \rightarrow z$. Lesen Sie aus dem berechneten BDD einen Booleschen Ausdruck in disjunktiver Normalform (DNF) ab.

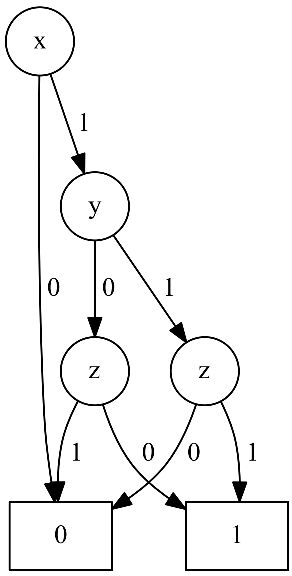
Bemerkung: Die abgebildete Tabelle können Sie für Ihren Lösungsweg nutzen, sie wird aber nicht bewertet.

x	y	z	$(y \oplus z)'$	$x \wedge (y \oplus z)'$
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1









Disjunktive Normalform (DNF) aus dem BDD abgelesen:

$$f(x, y, z) = xy'z' + xyz$$